

# Musik

## „Die Mathematik in der Musik“



Iwan Puni, Synthetischer Musiker, 1921, Berlin

### Die Pythagoreische Stimmung

**PYTHAGORAS** stellte fest, dass Töne in mathematischen Verhältnissen ausgedrückt werden können. Die pythagoreische Stimmung wurde am Monochord, einem Resonanzkasten, über dem eine Saite gespannt ist, entwickelt. Auf dieser Saite bezeichnet das Längenverhältnis 1:2 die Oktave, 2:3 die Quinte und 3:4 die Quarte. Diese Beziehungen sind, wie auch **PYTHAGORAS** wusste, auch auf Metallstücke und Flöten zu übertragen. Die weiteren Töne ergeben sich durch Saitenteilungen in einer Relation von 2:3 (Quinte). Man kann sie durch entsprechende Multiplikation mit 2 (Oktavsprung) in einen Oktavausschnitt zwischen 1 und  $\frac{1}{2}$  einordnen. *Die Relationen der Saitenteilungen entsprechen den Proportionen der Schwingungszahlen von Tonintervallen und bestimmen ihren Verwandtschaftsgrad.* Ordnet man diesen Proportionen moderne Tonbezeichnungen zu und beginnt mit der Bezeichnung  $c_n$  für das Verhältnis 1:1, so erhält man für eine Oktave folgende Tabelle:

Tonbezeichnung:	$c_n$	$d_n$	$e_n$	$f_n$	$g_n$	$a_n$	$b_n$	$h_n$	$c_{n+1}$
Proportion:	1:1	8:9	64:81	3:4	2:3	16:27	9:16	128:243	1:2

### Die chromatische Tonleiter

In der chromatischen Tonleiter wird der Terz viel mehr Bedeutung zugemessen als zuvor. Sie wurde von den Pythagoreern noch nicht als konsonant angesehen, da sie durch relativ große Zahlenverhältnisse (27:32 für die kleine, 64:81 für die große Terz) beschrieben wurde. Erst im 12. Jahrhundert begann man, der Terz mehr Aufmerksamkeit zu schenken. Es wurde festgestellt, dass die pythagoreischen Terzwerte den kleineren Zahlenverhältnissen 5:6 für die kleine und 4:5 für die große Terz sehr nahe kamen. Später wurden dann zur Konstruktion der quint-terz-oktav-reinen Stimmung (auch: chromatische Stimmung) die Relationen 1:2 für die Oktave, 2:3 für die Quinte und 3:4 für die Quarte übernommen und zusätzlich die reine Terz mit 4:5 eingeführt. Somit entspricht nun ein Schritt in Oktavrichtung der Multiplikation mit  $\frac{1}{2}$ , ein Schritt in Quintrichtung der Multiplikation mit  $\frac{2}{3}$ , einer in Terzrichtung der Multiplikation mit  $\frac{4}{5}$ . Damit ergibt sich für einen Oktavausschnitt auf dem Grundton  $c_n$  folgende Tabelle:

c	cis	des	d	dis	es	e	f	fis	g	gis	as	a	b	h	c+1
1:1	24:25	15:16	8:9	64:75	5:6	4:5	3:4	32:45	2:3	16:25	5:8	3:5	5:9	8:15	1:2

Hierbei werden Tönen, die im Sinne der Wohltemperierung gleich sind (wie cis und des, sowie dis und es oder auch gis und as) unterschiedliche Proportionen zugeordnet. Diese liegen jedoch sehr nahe beieinander, d.h. die Töne klingen ähnlich. Heutzutage ordnet man üblicherweise diesen Tönen die gleichen Proportionen zu, wie in der folgenden Tabelle gezeigt wird.

c	cis/des	d	dis/es	e	f	fis	g	gis/as	a	b	h	c+1
1:1	15:16	8:9	5:6	4:5	3:4	32:45	2:3	5:8	3:5	5:9	8:15	1:2

### Keplers Sphärenmusik

**JOHANNES KEPLER** veröffentlichte 1619 in seinem Werk „Harmonices Mundi“ eine Beschreibung der Sphärenmusik nach exakten Gesetzen, sowie ihre musikalische Notierung. Er verband Zahlenverhältnisse mit Musik, speziell im astronomischen Bereich. KEPLER ordnete jedem Planeten eine relative Umlaufgeschwindigkeit zu und anhand dieser jedem Planeten einen eigenen Ton. Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen und befinden sich somit mal im Perihel (in Sonnennähe) und mal im Aphel (in Sonnenferne). KEPLER berechnete nach den Verhältnissen der Perihel- und Aphelgeschwindigkeiten zu jedem Planeten die zugehörigen Intervalle.

Planet:	Erde	Mars	Saturn	Jupiter	Venus	Merkur
Proportion:	1:1	8:9	64:81	3:4	2:3	16:27

Die Verhältnisse der Aphel- und Perihelgeschwindigkeiten zwischen den Planeten entsprechen den folgenden Tonintervallen:

Planet im Aphel	Planet im Perihel	Verhältnis	Interval
Saturn	Jupiter	1:3	Oktave + Quinte
Jupiter	Saturn	2:1	Oktave
Jupiter	Mars	1:8	drei Oktaven
Mars	Jupiter	24:5	zwei Oktaven + kl. Terz
Mars	Erde	5:12	Oktave + kl. Terz
Erde	Mars	3:2	Quinte
Erde	Venus	3:5	gr. Sexte
Venus	Erde	8:5	kl. Sexte
Venus	Merkur	1:4	zwei Oktaven
Merkur	Venus	5:3	gr. Sexte